Bài 2:

Một đồ thị vô hướng có V đỉnh sẽ có tối đa V(V-1)/2 cạnh, vì mỗi cạnh nối hai đỉnh và không có cạnh song song, nên ta chỉ cần chọn từ các cạnh không trùng lặp.

Để chọn ra E cạnh trong V(V-1)/2 cạnh ta dùng tổ hợp chập E của V(V-1)/2 với điều kiện

0 <= E <= V(V-1)/2

Bài 4:

Bất cứ 1 chu trình lẻ nào thì số màu cần để tô là 3

1 chu trình độ dài L = 2k + 1

* Với k = 1 => L = 3 => Dễ dàng nhận thấy bất kì 2 cạnh nào cũng kề với nhau => cần 3 màu để tô
* Giả sử mệnh đề đúng với k = n
* Với k = n + 1 => L = 2k + 3 = 2k + 1 + 2 => Nối x1 với x(2n+1) ta được 1 chu trình như trên => Ta x(2n+2) dùng màu của x1 để tô, x(2n + 3) dùng x(2n+1) để tô => Không phát sinh màu mới

Vậy với bất kì 1 chu trình lẻ nào cũng cần 3 màu để tô => Không thể là bipartite nếu tồn tại chu trình lẻ

Bài 5:

Giả sử trong đồ thị G không có khớp, có 2 đỉnh s và t bất kì trong G, xét 1 đường đi P giữa 2 đỉnh.

* Nếu độ dài đường đi P là 0 (s=t): Trường hợp này chỉ xảy ra khi đồ thị chỉ có duy nhất 1 đỉnh => Không có khớp => Biconnected
* Nếu độ dài đường đi P là 1(s và t kề nhau): Trường hợp này chỉ xảy ra khi đồ thị chỉ có duy nhất 2 đỉnh và 1 cạnh => Không có khớp => Biconnected
* Nếu độ dài của đường đi P lớn hơn bằng 2: Xóa đỉnh u nằm trên P, do không có khớp => Vẫn còn có đường đi khác nối tất cả các điểm trong đồ thị mà không phải đi qua u => Có 2 đường đi không giao nhau.